



## **STUDENTS' PROBLEMS IN SOLVING TRIGONOMETRIC EQUATIONS**

Feruz Saydenov, masters student

Suleyman Demirel University, Kaskelen, Almaty, Kazakhstan

### **Abstract**

The aim of the study is to determine the abilities of 11th grade students of trigonometric equations. The study used thematic analysis, one of the descriptive methods. Questions were prepared consisting of examples of trigonometry, including solutions to trigonometric equations. Data collection tools were applied to a randomly selected 20 students, an education center. Descriptive analysis was used to analyze the data. According to the results, it was determined that some of the students participating in the study had problems using basic trigonometric formulas, trigonometric identities and trigonometric equations. In addition, it is clear that the ability of students to decipher problem forms and application of factorization in the form of trigonometric quadratic equations is at a low level. It was found that students fail to correctly and adequately use their skills in solving trigonometric equations.

### **Аннотация**

Целью исследования является определение способностей учащихся 11-х классов тригонометрических уравнений. В исследовании использовался тематический анализ, один из описательных методов. Были подготовлены вопросы, состоящие из примеров тригонометрии, включая решения тригонометрических уравнений. Инструменты сбора данных были применены к случайно выбранным 20 ученикам, образовательном центре. Для анализа данных использовался описательный анализ. Согласно результатам, было определено, что некоторые ученики участвовавших в исследовании имеют проблемы в использовании основных тригонометрических формул, тригонометрических тождеств и тригонометрических уравнений. Кроме того, понятно, что способность учеников в расшифровке формы задачи и применение факторизации в форме тригонометрических квадратных уравнений находится на низком уровне. Было выявлено, что учащимся не удается правильно и адекватно использовать свои навыки в решениях тригонометрических уравнений.

### Аңдатпа

Зерттеудің мақсаты - 11 сынып оқушыларының тригонометриялық теңдеулер қабілеттерін анықтау. Зерттеуде сипаттау әдістерінің бірі болып, табылатын тақырыптық талдау қолданылды. Сұрақтар тригонометриялық теңдеулер есептерінен тұратын тригонометрия мысалдарынан құралды. Деректерді жинау құралдары білім беру орталығында кездейсоқ таңдалған 20 оқушыға қолданылды. Деректерді талдау үшін сипатамалық талдау қолданылды. Нәтижелер зерттелген бойынша қатысқан кейбір оқушыларға негізгі тригонометриялық формулалар, тригонометриялық сәйкестіліктер және тригонометриялық теңдеулерді қолдану кезінде қиындықтар туындағаны анықталды. Сонымен қатар, оқушылардың түсінігін ашуға қабілеттілігі анық проблемалық формалар және тригонометриялық квадрат теңдеу түріндегі факторизацияны қолдану төмен деңгейде. Оқушылардың тригонометриялық теңдеулерді шешуде өз дағдыларын дұрыс және жеткілікті түрде қолдана алмайтындығы анықталды.

## 1. Введение

Математика – это научная дисциплина, лежащая в основе развития современных технологий, важная роль в развитии человеческого мышления, так что освоение и создание технологий в будущем требует сильного владения математикой с раннего возраста. Важная часть в изучении математики сам по себе процесс изучения математики. Яворски утверждает, что реализация изучения математики нелегко, потому что ученики испытывают трудности в изучении математики [1]. Трудности в изучение математики - это то, что заставляет учащихся иметь низкие способности в области изучения математики. Одним из материалов в области изучения математики, изучаемого на уровне средней школы, является тригонометрия. Тригонометрия - это один из материалов по математике, который учащиеся должны понимать, чтобы развивать свои математические представления [2]. При изучении тригонометрии некоторые ученики часто сталкиваются с трудностями, вызванными непониманием учащимися тригонометрических понятий. Ученики склонны запоминать формулы, предоставленные учителем или записанные в книге без понимания намерений и содержания, поэтому ученики часто допускают ошибки при решении тригонометрических задач [3]. Один из тригонометрических материалов, который ученики считают сложным, - это схожесть и доказательство тригонометрической идентичности, потому что это требует понимания правильных концепций и высокой точности их применения [4-6].

Об этом свидетельствуют результаты исследования [5], проводившего идентификационный тест учеников. Со следующим вопросом: определить множество решений из  $2\sin^2 x = -\sin x + 1$ , для  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

Один из ответов студентов, затруднившихся ответить на этот вопрос, можно увидеть на рисунке.

$$\begin{aligned}
 2 \sin^2 x &= -\sin x + 1 \\
 2 \sin x^2 &= -\sin x + 1 \\
 2 \sin x^2 + \sin x &= 1 \\
 \sin (2x^2 + x) &= 1 \\
 \sin &= \frac{1}{2x^2 + x}
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Ответ ученика на решение тригонометрического уравнения

На рисунке 1 выше ученик склонен решать вопросы, используя алгебру, он не смог связать алгебраические рассуждения с использованием изученных им тригонометрических понятий. В тригонометрических концепциях важны соединения алгебраических и геометрических рассуждений [7]. Поэтому, если ученики не могут соединить алгебраические рассуждения и геометрию в изучении тригонометрии, тогда у них возникнут трудности в решениях тригонометрических задач.

Еще одна трудность, с которой столкнулись ученики на Рисунке 1, - это трудность расшифровки формы проблемы, понимание углов в тригонометрии и сложность вычисления, чтобы найти набор решений. Эти трудности, если их не остановить, вызовут низкие результаты обучения учеников. Следовательно, эти трудности должны быть выявлены и известны их причины, чтобы можно было выбрать правильное решение для использования в классе.

## 2. Методы

Используемый метод исследования - это описательный качественный метод исследования, а именно исследование, которое описывает объект исследования на основании фактов, которые появляются или как они есть [8]. Качественное описательное исследование стремится описать все существующие симптомы или состояния, а именно состояние симптомов в соответствии какими они были на момент проведения исследования [9]. Объектами исследования были 20 учеников участвовавшие в

материальном обучении уравнения и тригонометрических тождеств. В то время как объектом данного исследования является идентификация ученика. Трудности в решении уравнений и тригонометрических тождеств.

Методы сбора данных в этом исследовании представляли собой проверку способностей респондентов и интервью. Данные полученные тестом - это трудности, с которыми сталкиваются ученики. Используемая методика проверки достоверности данных: метод триангуляции. Метод триангуляции осуществляется путем сравнения результатов тестирования и данных интервью.

Используемый анализ данных относится к анализу данных в соответствии с [10], а именно: сокращение данных, данные презентаций и заключение. Сокращение данных в этом исследовании осуществляется путем обобщения всех трудности, с которыми сталкиваются ученики при прохождении теста, а затем выборе того, что является основной причиной и сосредоточение внимания на важных вещах этих трудностей. При представлении данных все важные информации, полученные по результатам обработки данных, представлены в виде диаграммы. График представляет собой представление данных, предназначенное для объединения интегрированной информации, чтобы исследователи могли проанализировать происходящее и определить следующие шаги. Наконец, выводы делаются из направленности исследования на результаты анализа данных.

### 3. Результат и обсуждение

Исследователь дал тест 20 ученикам XI класса естествознания по проблеме уравнения и тригонометрические тождества, состоящее из двух пунктов, а именно: (1) определить множество решений  $2\sin^2 x = -\sin x + 1$ , для  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ , (2) докажете, что =. Результаты теста показывают процент учеников, ответивших правильно на номер 1, составило 20%, а процент учеников, ответивших правильно на номер 2 составил 36%.

Сложность ответов учащихся на вопросы номер 1 заключается в следующем: сложность расшифровки формы задачи с учетом уравнения квадратичной тригонометрии, и сложность использования решения основного тригонометрического уравнения.

Номер 1 представлен на рисунке 2 ниже:

The image shows two handwritten solutions for the equation  $2\sin^2 x = -\sin x + 1$ . Student A's solution (left) shows the equation being rearranged to  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ , factored as  $(2\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$ , leading to  $\sin x = 0$  or  $\sin x = -1$ , with solutions  $\sin x = 0$  and  $\sin x = -1$ . The final answer is  $HP = \{-1, 0, 1\}$ . Student B's solution (right) shows the equation being rearranged to  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ , factored as  $(\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$ , leading to  $\sin x = -1$  or  $\sin x = 1$ . The final answer is  $HP = \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 360^\circ\}$ .

Ученик А

Ученик В

Рисунок 2. Ответы учащихся на вопрос 1.

Как видно из рисунка 2, ученику А трудно разложить на множители форму тригонометрического квадратичного уравнения и трудность определения угла  $x$ , который удовлетворяет уравнению  $\sin x$ , он записывает только результат  $\sin x$ , а не значение угла  $x$ . В отличие от ученика Б, он понимал, как искать  $x$ , но он неверно истолковал разложение квадратного уравнения тригонометрии и имеет трудности в использовании основного тригонометрического уравнения. После собеседований с этими учениками ученик А не хорошо понимал концепцию тригонометрии, он не понимал, что поиск значения  $x$  должен искать, используя основное тригонометрическое уравнение, поэтому оно не является результатом значения  $\sin x$ . Следующие:

Об этом свидетельствует выдержка из интервью.

Я (интервьюер): Здравствуйте, это У (А)?

У(А) (ученица А): Да, учитель.

Я: Я хочу спросить о вашем ответе на вопрос №1. Попробуйте разобраться в проблеме!

[У(А) и я вижу проблему, а затем У (А) читают ее]

Я: То есть проблема в том, понять или нет?

У(А): Поймите, учитель.

Я: Множество решений -  $\sin x$  или  $x$ ? [Пока показано, где находится значение  $\sin x$  и значение  $x$ ]

У (А): значение  $x$  учитель.

Я: Как найти значение  $x$ ?

У(А): Это результат,  $x$  равно  $-1, 0, 1$ .

Я: Это  $x$  или  $\sin x$ ? [Я снова попытался показать разницу]

У(А): О, это грех  $x$  учитель.

Я: Так что это за  $x$ ?

У(А): Не знаю, учитель, я думаю, что это значение  $x$ , потому что обычно результаты факторинга значение  $x$  [в алгебре]

Я: Это тригонометрическое квадратное уравнение, так что  $x$  - действительное число или угол? [пока показывает разницу в алгебраических и тригонометрических квадратных уравнениях]

У(А): Угол означает да, учитель? [сомневаясь в ответе]

Я: Тогда как найти угол?

У(А): Я не знаю, учитель, как найти угол.

Отрывок интервью показал, что, хотя ученик признал, что понимает проблему, но он неправильно понял концепцию тригонометрии. Вместо этого студент В понял концепции тригонометрии, но ему было трудно разложить на множители квадратное тригонометрическое уравнение и он имел сложность в использовании основного тригонометрического уравнения. Отрывки из интервью со студентом В выглядят следующим образом:

Я: Попробуйте еще раз проверить ответ №1, правильный он или нет?



У(В): [У(В) перепроверьте ответ]. Факторизация сбивает с толку, если коэффициент перед ней не равен 1.

1. [Это означает число 2 в  $2\sin^2 x$  грехе]

Я: А как насчет поиска значения  $x$ ?

У(В): Используйте это, учитель, формулу К, умноженную на 360 градусов, К будет заменено на 0, 1 и т. д. Но я этого не очень понимаю, поэтому попробуйте найти угол.

Я: Означает ли это  $x = 1$  или  $\sin x = 1$ ? [Указывая на ответы учеников]

У(В): О да, учитель, грех  $x$  такой же, как 1 [Студент улыбается]

И: Тогда почему в расчетной установке углы 0 и 360 градусов? Кроме того, вы пишете только 90 и 180 градусов?

У(В): Это потому, что исходное уравнение равно 0 [исходное тригонометрическое квадратное уравнение], так что есть также 0 результатов.

И: Это тоже результат факторинга?

У(В): Может быть, учитель, я не понимаю учитель.

В соответствии с результатами исследования [11], в котором говорится, что тригонометрическое уравнение является материалом, который трудно преподавать и который трудно усвоить. Сложность также может быть вызвана тем, что материал по тригонометрическому уравнению не нравится или нежелателен учащимся, поэтому тригонометрическое уравнение материальное обучение становится труднее понять. Кроме того, нужно усвоить многие концепции. Учащимися перед изучением материала по тригонометрическим уравнениям, например, для вопроса № 1, как указано выше, ученики должны хорошо усвоить концепцию представления квадратных уравнений.

Кроме того, трудность при ответе на вопрос номер 2 заключается в сложности, учеников применяющих общие тригонометрические формулы, трудности с описанием каждого из тригонометрических отношений сравнения и сложность выполнения алгебраических

вычислений. Идентификация трудностей учеников в вопросе номер 1 представлены на Рисунке 3 ниже:

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$= -1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$= \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$= \frac{-\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$

**Рис. 3. Ответ учащегося В на вопрос 2**

Исходя из рисунка 3, учащимся сложно описать каждое из тригонометрических сравнений, отношений, так что получение тригонометрических доказательств становится сложным. После проведения беседы с этими студентами, затруднения были в переводах тригонометрических форм, он не смог описать взаимосвязь тригонометрических сравнений для достижения доказательства. Следующие Приведены отрывки из интервью с учениками К.

И: Что вы думаете о своем ответе №2? Это уже правильно?

СУБЪЕКТ: Это еще не доказано, учитель, я продолжаю упрощать форму, но вместо этого получается отвечать туда и обратно.

Я: Просто посмотрите на шаги вашей работы на втором шаге, они представлены в виде константы 1 и -1. Просто ищите икс, верно?

СУБЪЕКТ (С): Да, учитель, чтобы найти  $x$ , я снова упрощаю форму.

Я:  $\tan x$  можно разбить, и что? Ты знаешь?

С(С): Забыл, учитель.

В приведенном выше интервью ученику было трудно изменить форму тригонометрии на  $\tan x$  потому что он не помнил перевод формы  $\tan x$ , поэтому он

продолжал искать простые формы доказательства тригонометрии. Другие ученики, многие ошибаются в применении общих тригонометрических формул и неправильно выполняют алгебраические вычисления. Наиболее частыми ошибками учеников при решении задач по тригонометрии бывают ошибки понимания, ошибки преобразования и процесса ошибки навыков [12]. Большинство заблуждений возникает, когда учащиеся не понимают, как подойти к заданной тригонометрической задаче из концепции. Ученики часто неправильно понимают запросы на вопросы. Это может быть из-за того, что учитель не уделяет внимания упрощению возникающих понятий, возможно, еще и потому, что учащиеся запоминают только формулу тригонометрии. В соответствии с результатами [11] учебы, одна из причин, по которой учащиеся испытывают трудности с решением тригонометрии, заключается в том, что знания у них процедурные знания, они не владеют концептуальными знаниями. Следовательно, нам нужно проверить, как тригонометрическое обучение проводится в классе, и найти возможные ошибки или недопонимание учащихся перед их обучением, так что трудности и проблемы учащихся в решении тригонометрии можно преодолеть.

#### **4. Вывод**

По результатам и обсуждению выявлены проблемы учащегося в решении задач, уравнений и тождеств тригонометрии: (а) трудности учащихся в решении тригонометрических уравнений, а именно сложность ученикам описания формы задачи, сложность факторинга, форма квадратного уравнения тригонометрии и сложность использования основных тригонометрических решений уравнений, (б) трудности студентов при решении тригонометрических задач идентичности, а именно трудность применения учащимися общих формул тригонометрии, трудности с описанием каждого из отношений тригонометрического сравнения и сложность выполнения алгебраических вычислений.

## References

1. Rohimah S.M. 2017 *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika (JPPM)* 10 132-141.
2. Eko Y.S., Prabawanto, S. and Jupri, A. 2018 *Journal of Physics: Conf. Series* 1097 012146.
3. Ahmad, H., Febryanti, Mutmainnah, Yakin, A.A. and Sarbi, S. 2018 *Journal of Physics: Conf. Series* 1114 012114.
4. Yulandari, T.I. and Supeno, I. *Pengembangan Lembar Kerja Siswa Materi Trigonometri untuk Siswa SMA Kelas X dengan Metode Penemuan Terbimbing* (Malang: Thesis University Nation Malang).
5. Huljannah, M., Sugita, G., Anggraini 2015 *Aksioma: Jurnal Pendidikan Matematika* 4 164-176.
6. Aqilah, 2012 *Analisis Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Identitas Trigonometri Kelas X.1 SMA Islam Sultan Agung 1 Semarang Tahun Pelajaran 2011/2012* (Semarang: Thesis IAIN Walisongo).
7. Koyunkaya, M.Y. 2016 *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 47 1028-1047.
8. Nawawi, H. and Martini, M. 1996 *Penelitian Terapan* (Yogyakarta: Gajahmada University Press).
9. Mukhtar, 2013 *Metode Penelitian Deskriptif Kualitatif* (Jakarta: GP Press Group)
10. Miles, B.M. and Huberman, M. 1992 *Analisis Data Kualitatif Buku Sumber tentang Metode-metode Baru* (Jakarta: UIP).
11. Chigonga, B. 2016 *Proceeding ISTE International Conference on Mathematics, Science and Technology Education* (South Africa: Mopani Camp in Krunger National Park) p. 163-176.
12. Usman, H.M. and Hussaini, M.M. 2017 *Journal of Mathematics (IOSR-JM)* 13 01-04