ҒТАМР 27.21.17

Ж.Т. Қайыңбаев[1], А.С. Ғалымжан[2]
[1]С. Демирел атындағы университеті, Қаскелең қ., Қазақстан
[2]Ақтау қаласындағы химия-биология бағытындағы Назарбаев Зияткерлік Мектебі (НЗМ)

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ МӘСЕЛЕЛЕРДІҢ КӨМЕГІМЕН ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Аңдатпа. Мақала, математика пәнін оқыту барысында маңызды роль атқаратын тригономе́трия мәселесіне арналған. Жалпы тригонометрия тригонометриялық функциялар мен олардың геометрияда қолданылуын зерттейтін математиканың саласы деп анықталады. Әрине, тарих қойнауына көз жүгірсек, алғашында, күн сағаттарына байланысты пайда болған тригонометрия бұл күнде геометрия мен архитектурада, физика мен астрономияда, география мен геодезияда,ықтималдықтар теориясы мен қаржы базарын да және т.б жерлерде кең қолданылады. Дейтұрғанмен, базалық тригонометриялық мәселелердің ең басты қолданылатын жері ол қалай болғанда да геометрия. Сондықтан болашақта математикалық пәндердің мазмұнымен, бағдарламаларымен, оқу құралдарымен айналысып отырған ғалымдарға, әдіскерлерге тригонометрияны қайсы пәннің мазмұнында қарастыру керек екендігін авторлар мысалдардың көмегімен көрсетуге тырысады. Мақала, математиканы оқыту әдістемесі саласының ғалымдарына, әдіскерлеріне сол сияқты, бүгінгі және болашақ математика пәндері мұғалімдеріне арналған.

Түйін сөздер: геометрия, үшбұрыш, тригонометрия, тригонометриялық функциялар, бұрыштың синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы, секансы, косекансы, тригонометрияның қолданылуы.

***

Аннотация. Статья посвящена проблеме тригонометрии, которая играет важную роль в преподавании математики. Общая тригонометрия определяется как область математики, которая изучает тригонометрические функции и их использование в геометрии. Конечно, если взглянуть на историю, тригонометрия, которая первоначально возникла из-за солнечных часов, широко используется в геометрии и архитектуре,физике и астрономии, географии и геодезии, теории вероятностей и финансового рынка и т. д. Однако основное применение базовых тригонометрических задач-это, в любом случае, геометрия. Поэтому в будущем ученым, методистам, занимающимся содержанием, программами, учебными пособиями математических дисциплин, авторы стараются показать на примерах, какие тригонометрии следует рассматривать в содержании той или иной дисциплины. Статья предназначена как для ученых, методистов в области методики преподавания математики, так и для учителей математики сегодняшнего и будущего поколения.

Ключевые слова: геометрия, треугольник, тригонометрия, тригонометрические функции, синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс, косеканс, применение тригонометрии.

***

Abstract. The article is devoted to the problem of trigonometry, which plays an important role in teaching mathematics. General trigonometry is defined as the field of mathematics that studies trigonometric functions and their use in geometry. Of course, if you look at history, trigonometry, which originally originated from the sundial, is widely used in geometry and architecture, physics and astronomy, geography and geodesy, probability theory and financial market, etc. However, the main application of basic trigonometric problems is, in any case, geometry. Therefore, in the future, the authors try to show scientists, methodologists, who are engaged in the content, programs, textbooks of mathematical disciplines, using examples, which trigonometry should be considered in the content of a particular discipline. The article is intended both for scientists, methodologists in the field of methods of teaching mathematics, and for teachers of mathematics of today's and future generations.

Keywords: geometry, triangle, trigonometry, trigonometric functions, sine, cosine, tangent, cotangent, secant, cosecant, application of trigonometry.

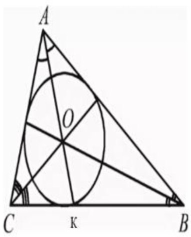
Жалпы білім беретін орта мектеп математика пәндерінің мазмұнында тригонометриялық материалдар «Алгебра» және «Алгебра және анализ бастамалары» пәндерінің мазмұндарына енгізілген.
Ал, «Тригонометрия» деген сөзді грек тілінен қазақ тіліне аударсақ ол «Үшбұрышты өлшеймін» деген мағана береді. Сонда қалай болғаны? Үшбұрыш, геометрияның негізгі ұғымдарының бірі ғана емес, бірегейі. Ал, сол үшбұрышты өлшеумен айналысатын сала алгебраның мазмұнында. Немесе, тригонометриялық материалдардың негізі болып табылатын сүйір бұрыштың Синусы, Косинусы, Тангенсы, Котангенсы, Секансы, Косекансы дегеніміздің анықтамасын қарайық:

- Синус — Қарсы жатқан катеттің гипотенузаға қатынасы;
- Косинус —Іргелес жатқан катеттің гипотенузаға қатынасы;
- Тангенс — Қарсы жатқан катеттің іргелес жатқан катетке қатынасы;
- Котангенс — Іргелес жатқан катеттің қарсы жатқан катетке қатынасы;

- Секанс — Гипотенузаның іргелес жатқан катетке қатынасы;
- Косеканс — Гипотенузаның қарсы жатқан катетке қатынасы;

  Немесе, бұл ұғымдарды басқа қырынан қарастырайық:
  - Бұрыштың синусы А нүктесінің ординатасы ретінде анықталады;
  - Бұрыштың косинусы А нүктесінің абциссасы ретінде анықталады;
  - Тангенс — синустың косинусқа қатынасы;
  - Котангенс — косинустың синусқа қатынасы (немесе, тангенске кері шама).
  - Секанс — косинусқа кері шама;
  - Косеканс — синусқа кері шама.

10.9.19 АВС үшбұрышының А бұрышы 60 °-қа тең, ал іштей сызылған шеңбердің центрі АК биссектрисасын $(\sqrt{3}+1):\sqrt{2}$ қатынасында бөледі. В және С бұрыштарын табыңыз.



Берілгені:

$\frac{AO}{OK}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ $\angle A = 60°$; $\angle B + \angle C = 120°$

AB=c; CB=a; AC=b

Шешуі:

Биссектрисаның қасиеті:$\frac{CK}{KB}=\frac{AC}{AB}=\frac{b}{c}$

$$\begin{cases} CK+KB=CB=a \\ \frac{CK}{KB}=\frac{b}{c} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} KB=a-CK \\ c\cdot CK=b\cdot KB \end{cases} \Longrightarrow c\cdot CK=b\cdot(a-CK) \Longrightarrow c\cdot CK=ab-b\cdot CK$$

$$c\cdot CK+b\cdot CK=ab \to CK\cdot(c+b)=ab \to CK=\frac{ab}{c+b};\ KB=\frac{ac}{c+b}$$

O-ΔABC үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің центрі және биссектрисалардың қиылысу нүктесі, сондықтан BO, ABK үшбұрышының биссектрисасы. Онда:

$$\frac{AO}{OK}=\frac{AC}{CK}=\frac{b}{\frac{ab}{c+b}}=\frac{b\cdot(c+b)}{ab}=\frac{c+b}{a}\rightarrow\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{c+b}{a}$$

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R\quad \boxed{\frac{a}{\sin 60^\circ}=\frac{b}{\sin B}\rightarrow b=\frac{2a\cdot\sin B}{\sqrt{3}}\ ;\ \frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}\rightarrow c=\frac{2a\cdot\sin C}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{c+b}{a}$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{2a\cdot\sin B}{\sqrt{3}}+\frac{2a\cdot\sin C}{\sqrt{3}}}{a}=\frac{\frac{2a}{\sqrt{3}}(\sin B+\sin C)}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}}(\sin B+\sin C)\Rightarrow\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\div\frac{2}{\sqrt{3}}=\sin B+\sin C$$

$$\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\sin B+\sin C$$ *иррационалдықтан құтыламыз*

$$\boxed{\sin B+\sin C=2\sin\frac{\angle B+\angle C}{2}\cdot\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}}$$

$$\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{6}}{4}=2\sin\frac{\angle B+\angle C}{2}\cdot\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}$$

$$\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{6}}{4}=2\sin\frac{120^\circ}{2}\cdot\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}$$

$$\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{6}}{4}=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}$$

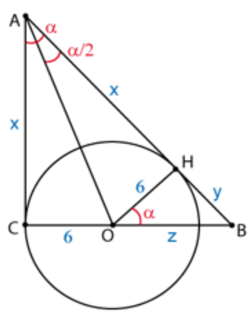
$$\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}=\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{\angle B-\angle C}{2}=\cos 45^\circ\cos 30^\circ+\sin 45^\circ\sin 30^\circ=\cos(45^\circ-30^\circ)=\cos 15^\circ$$

$$\frac{\angle B-\angle C}{2}=15^\circ\Rightarrow\angle B-\angle C=30^\circ\Rightarrow\begin{cases}\angle B-\angle C=30^\circ\\ \angle B+\angle C=120^\circ\end{cases}\Rightarrow 2\cdot\angle B=150^\circ\Rightarrow\angle B=75^\circ\ ;\ \angle C=45^\circ$$

Жауабы: $\angle B=75^\circ\ ;\ \angle C=45^\circ$

10.11.4 АВС тік бұрышты үшбұрышының периметрі 54 см, ал АС катетінің ұзындығы 10 см-ден артық, шеңбердің радиусы 6 см, оның центрі ВС катетінде орналасқан, АВ және АС түзулерін жанайды. АВС үшбұрышының ауданын табыңыз.



Берілгені: $P_{\Delta ABC}=54см$

$AC>10см; R=6см$

$S_{\Delta ABC}=?\ см^2$

Шешуі: $AC=AH=x;\ CO=OH=R=6;\ HB=y;\ OB=z$

$P=AC+CB+AB=x+(6+z)+(x+y)=54$

$2x+y+z=48$

$$\boxed{\Delta AHO \to tg\frac{\alpha}{2} = \frac{6}{x}; \Delta BHO\ tg\alpha = \frac{y}{6}\ ; \cos\alpha = \frac{6}{z}}$$

$$\boxed{x = \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}};\ \ y = 6 \cdot tg\alpha;\ z = \frac{6}{\cos\alpha}}$$

2x+y+z=48

$$2 \cdot \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}} + 6 \cdot tg\alpha + \frac{6}{\cos\alpha} = 48\ /$$

$$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}} \qquad \cos\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{12}{tg\frac{\alpha}{2}} + 6 \cdot \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} + 6 \cdot \frac{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} = 48\ \ (\div 6)$$

$$\frac{2}{tg\frac{\alpha}{2}} + \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} + \frac{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} = 8$$

$$\frac{2-2tg^2\frac{\alpha}{2}+2tg^2\frac{\alpha}{2}+tg\frac{\alpha}{2}+tg^3\frac{\alpha}{2}}{tg\frac{\alpha}{2}\cdot\left(1-tg^2\frac{\alpha}{2}\right)} = 8$$

$$2 + tg\frac{\alpha}{2} + tg^3\frac{\alpha}{2} = 8 \cdot tg\frac{\alpha}{2} - 8 \cdot tg^3\frac{\alpha}{2}$$

$$9tg^3\frac{\alpha}{2} - 7tg\frac{\alpha}{2} + 2 = 0 \qquad tg\frac{\alpha}{2} = t$$

$$9t^3 - 7t + 2 = 0$$

Безу теоремасымен көпмүшені көпмүшеге бөліп аламыз

$$(9t^2 - 9t + 2)\cdot(t+1) = 0$$

$$(3t-2)\cdot(3t-1)\cdot(t+1) = 0$$

$$\boxed{t_1 = \frac{2}{3} \quad t_2 = \frac{1}{3} \quad t_3 = -1}$$

$x_1 = \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{6}{\frac{2}{3}} = 9$ см, $\ x_2 = \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$см, $x_3 = \frac{6}{tg\frac{\alpha}{2}} = \frac{6}{-1} = -6$ мүмкін емес

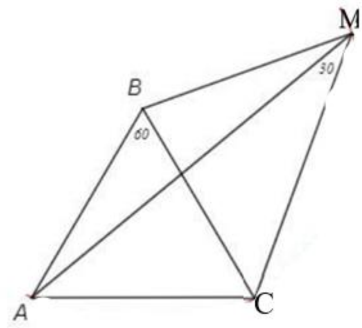
$AC = x > 10$ $\ x_2$ ғана шартты қанағаттандырып тұр

$$y = 6 \cdot tg\alpha = \ tg\alpha = \frac{12tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{12\cdot\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{4}{\frac{8}{9}} = \frac{36}{8} = 4{,}5$$

$$z = \frac{6}{\cos\alpha} = \frac{6}{\frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}} = \frac{6}{\frac{1-\frac{1}{9}}{1+\frac{1}{9}}} = \frac{60}{8} = 7{,}5$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot AC \cdot CB = \frac{1}{2}\cdot 18 \cdot 13{,}5 = 121{,}5\text{см}^2$$

10.10.3 Теңқабырғалы ABC үшбұрышының A төбесінен BC қабырғасын қиып өтетіндей сәуле жүргізілген, және M нүктесімен белгіленді. $\angle AMB = 20°$ және $\angle AMC = 30°$. MAB бұрышын табыңыз (бұрыштың градустық өлшемі бүтін сан болатынын көрсетіңіз).



Берілгені: ΔABC –

тең қабырғалы үшбұрыш;

AB=BC=AC

$\angle AMB = 20°$ $\angle AMC = 30°$.

$$\Delta ABM \rightarrow \frac{AM}{\sin\angle ABM} = \frac{AB}{\sin\angle AMB}$$

$$\Delta ACM \rightarrow \frac{AM}{\sin\angle ACM} = \frac{AC}{\sin\angle AMC}$$

$$\angle MAB = \alpha;\ \angle MAC = 60° - \alpha$$

$$\angle ABM = 180° - (\angle A + \angle M) = 180° - (\alpha + 20°)$$

Шешуі: $\angle ACM = 180° - (\angle A + \angle M) = 180° - (60 - \alpha + 30) = 90° + \alpha$

$$\frac{AM}{\sin\angle ABM} : \frac{AM}{\sin\angle ACM} = \frac{AB}{\sin\angle AMB} : \frac{AC}{\sin\angle AMC}$$

$$\frac{AM}{\sin(180° - (\alpha + 20°))} \cdot \frac{\sin(90° + \alpha)}{AM} = \frac{AB}{\sin 20°} \cdot \frac{\sin 30°}{AC}$$

Тригонометриялық келтіру формуласын пайдаланып есептейміз

$$\boxed{\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha;\quad \sin(\tfrac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\alpha}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha + 20°)} = \frac{\sin 30°}{\sin 20°} \rightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha + 20°)} = \frac{1}{2\cdot\sin 20°}$$

$$2\cdot\sin 20°\cdot\cos\alpha = \sin(\alpha + 20°)$$

$$\boxed{\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta}$$

$$2\cdot\sin 20°\cdot\cos\alpha = \sin\alpha\cos 20° + \cos\alpha\sin 20°$$

$$\sin\alpha\cos 20° + \cos\alpha\sin 20° - 2\sin 20°\cos\alpha = 0$$

$$\sin\alpha\cos 20° - cos\alpha\sin 20° = 0$$

$\sin(\alpha - 20°) = 0$ $\boxed{\textit{Дербес жағдай}\ \sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \pi n\ \ n \in Z}$

$\alpha - 20° = \pi n \quad n \in Z$

$\alpha = 20° + \pi n \quad n \in Z$

Жауабы: $\angle MAB = 20°$

10.18.3 ABC үшбұрышының AB қабырғасында центрлері M және N болатын екі шеңбер бір бірімен сырттай жанасады және AC и BC қабырғаларын A,P және B,Q нүктелерінде қияды. AM=PM=2, BN=QN=5. ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз,егер AQN үшбұрышының ауданының MPB үшбұрышының ауданына қатынасы $15\frac{\sqrt{3}}{8}$ – ге тең болса және AP=$\frac{2}{5}QB\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{3}}$.

$\frac{S_{\Delta AQN}}{S_{\Delta MPB}} = 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\angle PMB = \beta; AM = PM \;\; \angle A = \angle P$ және $\angle A + \angle P = \angle M$ (сыртқы бұрышы) $\boxed{\angle CAB = \frac{\beta}{2}}$

$\angle ANQ = \alpha;\; BN = QN \to \angle B = \angle Q$ және $\angle Q + \angle B = \angle N$(сыртқы бұрышы) $\boxed{\angle CBA = \frac{\alpha}{2}}$

$$\boxed{\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A} = 2R}$$

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin\angle C} = \frac{AK+KB}{2\sin\angle C} = \frac{14}{2\sin\angle C} = \frac{7}{\sin\angle C} = \frac{7}{\sin(180° - (\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}))} = \frac{7}{\sin(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2})}$$

$$\frac{S_{\Delta AQN}}{S_{\Delta MPB}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot QN\cdot AN\cdot\sin\alpha}{\frac{1}{2}\cdot MP\cdot MB\cdot\sin\beta} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 9\cdot\sin\alpha}{\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 12\cdot\sin\beta} = \frac{15\cdot\sin\alpha}{8\cdot\sin\beta} = 15\frac{\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{15\sqrt{3}}{8}\cdot\frac{8}{15} = \sqrt{3}$$

$$\Delta APM \Rightarrow AP^2 = AM^2 + PM^2 - 2\cdot AM\cdot PM\cdot\cos(180° - \beta)$$

$$\Delta BQN \Rightarrow BQ^2 = QN^2 + NB^2 - 2\cdot QN\cdot NB\cdot\cos(180° - \alpha)$$

$$AP = \frac{2}{5}QB\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \frac{AP}{BQ} = \frac{2}{5}\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \frac{AP^2}{BQ^2} = \frac{4}{25}\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{3} = \frac{8+4\sqrt{3}}{75}$$

$$\frac{AP^2}{BQ^2}=\frac{AM^2+PM^2+2\cdot AM\cdot PM\cdot\cos\beta}{QN^2+NB^2+2\cdot QN\cdot NB\cdot\cos\alpha}=\frac{4+4+8\cdot\cos\beta}{25+25+50\cdot\cos\alpha}=\frac{8+8\cdot\cos\beta}{50+50\cdot\cos\alpha}$$

$$\frac{8+8\cdot\cos\beta}{50+50\cdot\cos\alpha}=\frac{8+4\sqrt{3}}{75}\Rightarrow\frac{8(1+\cos\beta)}{50(1+\cos\alpha)}=\frac{8+4\sqrt{3}}{75}\Rightarrow\frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{8+4\sqrt{3}}{75}\cdot\frac{50}{8}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{cases}\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\sqrt{3}\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sin\alpha=\sqrt{3}\sin\beta\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}sin^2\alpha=3sin^2\beta\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Longrightarrow$$

$$\begin{cases}1-cos^2\alpha=3(1-cos^2\beta)\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{1-cos^2\alpha}{1-cos^2\beta}=3\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}\frac{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}{(1-\cos\beta)(1+\cos\beta)}=3\\ \frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Longrightarrow\frac{(1-\cos\alpha)}{(1-\cos\beta)}\cdot\frac{3}{2+\sqrt{3}}=3\Rightarrow\frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}=$$
$$=2+\sqrt{3}$$

$$\begin{cases}\frac{1+\cos\beta}{1+\cos\alpha}=\frac{2+\sqrt{3}}{3}\\ \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta}=2+\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1+\cos\alpha=\frac{3(1+\cos\beta)}{2+\sqrt{3}}\\ 1-\cos\alpha=\left(2+\sqrt{3}\right)(1-\cos\beta)\end{cases}\Longrightarrow 2=\frac{3+3\cos\beta}{2+\sqrt{3}}+$$
$$+(2+\sqrt{3})(1-\cos\beta)$$

$$4+2\sqrt{3}=3+3\cos\beta+\left(7+4\sqrt{3}\right)(1-\cos\beta)$$

$$4+2\sqrt{3}=3+3\cos\beta+7-7\cos\beta+4\sqrt{3}-4\sqrt{3}\cos\beta$$

$$-2\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)=-4\left(1+\sqrt{3}\right)\cos\beta$$

$$\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\beta=30^\circ\Rightarrow 1+\cos\alpha=\frac{3}{2}\Longrightarrow\cos\alpha=\frac{1}{2}\quad\alpha=60^\circ$$

$$R=\frac{7}{\sin(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2})}=\frac{7}{\sin(30^\circ+15^\circ)}=\frac{7}{\sin 45^\circ}=\frac{14}{\sqrt{2}}=7\sqrt{2}$$

Тригонометрия ұғымының анықтасмасы да, тригонометриялық функциялар мен олардың геометрияда қолданылуын зерттейтін математиканың саласы деп анықталады. Әрине, тарих қойнауына көз жүгірсек, алғашында, күн сағаттарына байланысты пайда болған тригонометрия бұл күнде геометрия мен архитектурада, физика мен астрономияда, география мен геодезияда,ықтималдықтар теориясы мен қаржы базарын да және т.б жерлерде кең қолданылады. Дейтұрғанмен, базалық тригонометриялық мәселелердің ең басты қолданылатын жері ол қалай болғанда да геометрия. Сондықтан болашақта математикалық пәндердің мазмұнымен, бағдарламаларымен, оқу құралдарымен айналысып отырған ғалымдар, әдіскерлер тригонометрияны қайсы пәннің мазмұнында қарастыру керек екендігін тағы бір сарапқа салар деп үміттенеміз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Қайыңбаев Жанболат Тұрсынқожаұлы. Жаттығу, есеп ... «Математика және Физика журналы» №3, 2017. – 2-4 б.
2 Генденштейн Л.Э., Ершова А.П., Ершова А.С. Наглядный справочник по математике с примерами. Для абитурентов, школьников,учителей. – М.: Илекса, 2005, – 192 с.
3 Гусев В.А., Мордкович А. Г. Математика: Справ. материалы – М.: Просвещение, 1999. – 416 с.
4 Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. – М., 2003. – 380 с.
5 Бидосов Ә. Математиканы оқыту әдістемесі: Оқу құралы. 2-ші басылым. – Алматы, 2007. – 262 б.
6 Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике.2-е изд,. дораб.- М. Просвещение, 2005. – 255 с.
7 Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся.- 2-е изд., перераб. И доп. – М.:Просвещение, 1984. – 175 с.
8 Виноградова Л.В. Методика преподования математики в средней школе: Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 252 с.
9 Темербекова А.А. Методика преподования математики: М.: Гуманит. изд.центр ВЛАДОС, 2003. – 176 с.